

**Unterrichtseinheit zur Förderung
des Beweisverständnisses
von Schüler:innen im 9. Jahrgang**

Teil 4

Kriterien 3: Lückenlose Beweise

Dr. Femke Sporn

Prof. Dr. Aiso Heinze

Prof. Dr. Daniel Sommerhoff

Benötigte Materialien

- AB41_BeweiseRichtig_Pyth
- AB41_beweiseRichtig_Pyth_Loesung
- AB42_HA_Mittelsenkrechte
- AB42_HA_Mittelsenkrechte_Loesung

Zentrale Inhalte der Unterrichtsstunde

In dieser vierten und letzten Unterrichtsstunde der Einheit wird angesprochen, dass bei gewissen genutzten Argumenten klar ausgeschlossen werden kann, dass ein Beweis gültig ist (erarbeitete Kriterien aus Unterrichtsstunde 2 und 3). Ob ein Beweisversuch aber ein valider mathematischer Beweis ist, ist kontextabhängig und lässt sich nicht allgemein beschreiben. Gibt es keinen Grund zu sagen, dass der Beweisversuch falsch ist, entscheidet trotzdem noch die Community, ob der Beweisversuch als gültiger mathematischer Beweis akzeptiert werden kann. Ein Beispiel hierfür ist die Lückenlosigkeit eines Beweises. Diese kann in verschiedenen Communities enger oder weiter gefasst werden.

Lernziele: Die Schüler:innen

- ... beschreiben, dass es bestimmte Argumente gibt, die einen mathematischen Beweis direkt ungültig machen.
- ... beschreiben, dass die Entscheidung, ob ein Beweis valide ist, auch von der Community abhängt und damit kontextgebunden ist.

Kahoot-Link: <https://create.kahoot.it/details/9cfb1801-9959-4423-bac5-b900209cd53b>

Kahoot-Name: *Richtiger oder falscher Beweis?*

Verlaufsplanung

Zeit*	Phase Sozialform	L-S-Aktivitäten / Handlungsverlauf	Medien/ Materialien	Anmerkungen
4	Begrüßung, Wiederholung und Einleitung			
1	UG	L und S organisieren sich. Ggf. kurzer Hinweis darauf, dass wir uns nun in der vierten/letzten der vier Stunden zu Beweisen befinden.		Ein schneller Beginn ist erwünscht.
	Quiz/ Kahoot	L (sinngemäß): „Zur Wiederholung der Inhalte der ersten drei Unterrichtsstunden ein Quiz...“	Kahoot	Nach jeder Aussage ist Zeit für eine Diskussion zu der Aussage. Gerne Bezug zum Plakat herstellen. Lösungen: <i>Falsch</i> <i>Falsch</i> <i>Richtig</i> <i>Falsch</i> <i>Kann man nicht sagen</i>
2	UG	Plakat wird um das Tafelbild aus der letzten Stunde erweitert. → Weiterer Aspekt für die Frage „Wann ist ein Beweis falsch?“ → Z.B.: „Die Behauptung darf nicht als Argument in einem mathematischen Beweis genutzt werden.“ & „Noch nicht bewiesene Aussagen dürfen nicht als Argument in einem mathematischen Beweis genutzt werden.“	Plakat (ggf. PPP mit den Ergebnissen)	Rote Karten mit den Ergebnissen aus der dritten Unterrichtsstunde ergänzen. Bei Bedarf kann auch eine PPP genutzt werden. Hier sind die Ergebnisse ebenfalls gesichert.
1	UG	L (sinngemäß): „Wir haben also in den letzten Stunden schon einiges zur Frage „Wann ist ein Beweis falsch?“ klären können und wollen uns heute anschauen, ob wir auf die Frage „Wann ist ein Beweis richtig?“ auch gute Antworten finden.“	Plakat/ ggf. PPP	
25	Satz des Pythagoras – richtige Beweise?			
1	UG	L teilt AB 4.1 aus und trägt S auf, die Aufgaben 1&2 des AB zu bearbeiten.	AB 4.1	
6	EA/PA	S bearbeiten Aufg. 1&2 des AB 4.1.	AB 4.1 (Plakat kann zur Hilfe genommen werden)	Ein Beweisversuch von S aus Klasse 9, einer von S auch Klasse 12. Angegeben werden zwei korrekte Beweise für den Satz des Pythagoras (gleiche Beweisführung, formal-symbolisch), allerdings weist Kims Beweisversuch eine größere Lücke auf als der von Chris.

		S validieren die Beweisversuche anhand der in den Unterrichtsstunden 2 und 3 erarbeiteten Kriterien.		Kriterien, die die S für die Validierung nutzen sollten: <i>Zirkelschluss</i> <i>Höhere Autorität</i> <i>Beispiele</i> Diese Kriterien sind in beiden Beweisversuchen erfüllt.
3	UG	L sammelt Ergebnisse. <i>(Es gibt keinen Anlass zu sagen, dass die beiden Beweisversuche von Kim und Chris ungültig sind)</i>	AB 4.1	
5	EA/PA	L fordert S auf, die Unterschiede der Beweisversuche zu nennen (Aufg. 3). L sammelt Ergebnisse. <i>(Kims Beweisversuch hat eine größere Lücke als der von Chris.)</i>	AB 4.1 (Aufg. 3) Tafel	
6	UG	L beginnt Diskussion darüber, ob die Beweisversuche beide gültig sind, auch wenn ihr Umfang verschieden ist. L kann Input geben, dass beide Beweisversuche von einer LK mit voller Punktzahl bewertet wurden. <i>(Bspw: Im Gegensatz zu früheren Klassenstufen muss in der aktuellen/9. Klasse nicht mehr immer begründet werden, dass die Fläche eines Rechtecks Länge mal Breite entspricht, sondern es wird einfach entsprechend gerechnet.)</i>	AB 4.1	Ziele des UGs: -Beweisversuche (Kim & Chris) weisen keinen Fehler im Sinne des „ <i>Wann ist ein Beweis falsch?</i> “ auf. -Damit der Beweis aber als richtig akzeptiert werden kann, muss dieser vor dem Hintergrund der in der Community geltenden Einigungen als akzeptabel bewertet werden. → Ein Beweis kann dann als richtig bewertet werden, wenn er von der Community als gültiger Beweis akzeptiert wird. -Die Community muss sich hinsichtlich der Kriterien einig sein („Beweis ist in dieser Form für uns akzeptabel“) -Der Beweisversuch aus Klasse 12 wäre also vermutlich in Klasse 9 nicht akzeptabel, in Klasse 12 hingegen schon.

				→ Beweis kann je nach Wissensstand und bereits begründeten/bewiesenen Aussagen verschieden große Lücken aufweisen.
4	UG	Sicherung der Ergebnisse der Diskussion. S halten Ergebnisse auf AB 4.1 (Aufg. 4) fest.	Tafel AB 4.1(Aufg. 4)	Hinweis zum Plakat: Ergebnisse sind die Grundlage für das Plakat am Ende dieser vierten Unterrichtsstunde (vgl. graue Karten <i>Plakat Struktur</i>)
6	Beantwortung der übergeordneten Fragen der Einheit: Wann ist ein Beweis richtig? Wann ist ein Beweis falsch?			
6		S beantworten die Fragen so weit wie möglich. Wiederholung, wann ein Beweis falsch ist (das lässt sich anhand der erarbeiteten Aspekte relativ gut klären) Wann ein Beweis richtig ist, ist aber kontextabhängig und lässt sich gar nicht unbedingt sagen. (<i>Das wird auf dem Plakat auf der linken Seite ergänzt.</i>)	Plakat	Hinweis: Sobald ein „Fehler“ im Beweis ist, ist die gesamte Begründung nicht als „gültiger mathematischer Beweis“ zu bewerten (Ein solcher Fehler ist bspw. ein Zirkelschluss.) Es gibt also ein „definitiv falsch“ aber kein „definitiv richtig“. Digitale Version zur Orientierung steht bereit.
3	Abschluss (der Stunde/Einheit) und Hausaufgabe			
3	UG	L fasst die Stunde/die komplette Einheit zum Beweisen zusammen. <ul style="list-style-type: none"> • Verbindung zum aktuellen Unterricht herstellen/Ausblick geben • Erinnerung an Beweissituationen im Unterricht? • Ausblick auf das, was noch kommt? L teilt die Hausaufgabe mit und teilt die Arbeitsbögen für das Beweispuzzle aus.	Plakat AB 4.2 (Hausaufgabe)	
8	Zeit für Reflexionsteil der Hausaufgabe			

Abkürzungen: UG = Unterrichtsgespräch, EA/PA/GA = Einzel-/Partner-/Gruppenarbeit, S = Schüler:innen, L = Lehrkraft, TPS = Think-Pair-Share, PPP = Power-Point-Präsentation