

**Unterrichtseinheit zur Förderung
des Beweisverständnisses
von Schüler:innen im 9. Jahrgang**

Teil 3

Kriterien 2: Zirkelschluss und noch nicht bewiesene Aussagen

Dr. Femke Sporn

Prof. Dr. Aiso Heinze

Prof. Dr. Daniel Sommerhoff

Benötigte Materialien

- AB31_BegleitAB
- AB31_BegleitAB_Loesung
- PPP_Unterrichtsstunde3

Zentrale Inhalte der Unterrichtsstunde (45 Minuten)

In dieser dritten Unterrichtsstunde der Einheit wird angesprochen, dass unbewiesene Aussagen als Argumente für einen gültigen mathematischen Beweis unzulässig sind. Dieses Kriterium für ungültige Beweise wird auf Basis des Zirkelschlusses erarbeitet und anschließend auf das allgemeinere Kriterium erweitert. Die gesamte Unterrichtsstunde wird durch eine PPP begleitet. Die Schüler:innen notieren entsprechende Ergebnisse auf einem BegleitAB.

Lernziele: Die Schüler:innen

- ... definieren den Zirkelschluss.
- ... nennen, dass ein Zirkelschluss keinen validen mathematischen beweis darstellt.
- ... geben an, dass unbewiesene Aussagen ungültige Argumente für mathematische Beweise sind.

Verlaufsplanung

Zeit*	Phase Sozialform	L-S-Aktivitäten / Handlungsverlauf	Medien/ Materialien	Anmerkungen
4	Begrüßung,	Wiederholung und Einleitung		
1	UG	L und S organisieren sich. Ggf. kurzer Hinweis darauf, dass wir uns nun in der dritten der vier Stunden zu Beweisen befinden.		Ein schneller Beginn ist erwünscht.
2	UG	Die Ergebnisse aus der zweiten Unterrichtsstunde (Beispiele & höhere Autorität) werden zusammengefasst, indem das Plakat um das Tafelbild aus der letzten Stunde erweitert wird. S wiederholen die Ergebnisse in eigenen Worten. → (Nicht) Zugelassene Argumente in einem Beweis (<i>Beispiele reichen nicht aus. Bezug auf höhere Autorität (LK, Schulbuch etc.) reicht nicht aus</i>) → Überzeugung vs. Gültigkeit („Beweis kann überzeugend sein“)	Plakat (ggf. PPP mit den Ergebnissen)	Rote Karten für das Plakat. Bei Bedarf kann auch eine PPP genutzt werden. Hier sind die Ergebnisse ebenfalls gesichert.
1	UG	L erinnert an die zentralen Fragestellungen für die kommende(n) Stunden: „Wann ist ein Beweis richtig? Wann ist ein Beweis falsch?“	Plakat/ ggf. PPP	
18	Der Zirkelschluss - Definition			
4	UG	L präsentiert ein Videoausschnitt einer Trump-Rede, in der er einen Satz formuliert, welcher einen Zirkelschluss darstellt. Die Aussage wird im Anschluss an das Video präsentiert.	Video (Link auf Folie 2) PPP (Folie 2)	Zitat: „The news is fake, because so much of the news is fake.“
6	EA/PA	L verteilt AB 3.1. S erarbeiten Behauptung und Argument der Trump-Aussage und beschreiben das Problem.	AB 3.1 (Aufg. 1 & 2)	
8	UG	L sammelt die Ergebnisse und analysiert mit S die Struktur der Aussage: Ergebnisse von Aufgabe 1 – Behauptung & Argumente – werden an der Tafel gesichert Ergebnisse von Aufgabe 2 werden mündlich besprochen. Ziel: Die Behauptung der Aussage wird als Argument zum Beweis genutzt. → Dies ist der sogenannte Zirkelschluss. Definition des Zirkelschlusses wird präsentiert. Sinngemäß: „Wird die Behauptung einer Aussage als Argument genutzt, nennen wir das einen Zirkelschluss.“ S ergänzen Definition auf AB 3.1.	PPP (Folie 2) Tafel PPP (Folie 2) AB 3.1	Ggf. Unterstützung durch Zerlegung der Aussage in Behauptung und „Begründung/Beweis“.

17	Der Zirkelschluss – Mathematische Beweise			
1	UG	L (sinngemäß): „Zirkelschlüsse kann es auch in der Mathematik geben.“	PPP (Folie 3)	
5	TPS	S sollen beschreiben, wie ein Zirkelschluss bei einem Beweis des Satzes des Pythagoras aussehen könnte. L sammelt Ideen im Plenum, Diskussion unter S erlaubt/gewünscht.	PPP (Folie 3) AB 3.1(Aufg. 3)	
3	UG	L stellt einen Beweis zum Satz des Pythagoras mit Zirkelschluss vor und S benennen/markieren das Zirkelschlussargument in dem Beweis.	PPP (Folie 3) AB 3.1(Aufg. 4)	
6	EA/PA	L teilt S mit, dass auch in der HA von T1 Argumente abgebildet sind, die in einer bestimmten Anordnung zu einem Zirkelschluss führen würden. S konstruieren eine solche Begründung mit zirkulärem Argument.	PPP (Folien 4&5) AB 3.1(Aufg. 5)	
2	UG	L vergleicht die Ergebnisse der vorangegangenen Arbeitsphase im Plenum.		
6	Abschluss (allgemeinere Formulierung)			
6	UG	L fasst Ergebnisse als Regel zusammen (sinngemäß): „Für einen gültigen mathematischen Beweis ist es nicht zugelassen, die Behauptung der Aussage als Argument zu nutzen (Zirkelschluss).“ ODER: „Wird in einem Beweis die Behauptung als Argument herangezogen, nennt man das einen Zirkelschluss. Zirkelschlüsse sind für gültige mathematische Beweise nicht zugelassen.“ L erweitert/verallgemeinert die Regel (sinngemäß): „Das lässt sich sogar noch allgemeiner formulieren: Aussagen, die noch nicht als gültig bekannt/bewiesen sind, dürfen nicht als Argument in einem mathematischen Beweis genutzt werden.“ ODER: „Für einen gültigen mathematischen Beweis dürfen nur Aussagen als Argumente genutzt werden, die bereits bekannt/bewiesen sind.“ S notieren sich die Verallgemeinerung auf AB 3.1.	Tafel PPP (Folie 6) Tafel AB 3.1	Hinweis zum Plakat: Ergebnisse sind die Grundlage für das Plakat zu Beginn der vierten Unterrichtsstunde (vgl. rote Karte Plakat_Struktur)

Abkürzungen: UG = Unterrichtsgespräch, EA/PA/GA = Einzel-/Partner-/Gruppenarbeit, S = Schüler:innen, L = Lehrkraft, TPS = Think-Pair-Share, PPP = Power-Point-Präsentation